$s = 1 \pm \sqrt{1+4} = 1 \pm \sqrt{5}$ $s_1 = (1-\sqrt{5})r$

$\boxed{s_2 = (1+\sqrt{5})r}$ - retta tangente

SOLUZIONI:

nessuna soluzione per $s < 0$

1 soluzione per $0 < s \leq 2r$

2 soluzioni per $2r < s < 1+\sqrt{5}\,r$

// reali e coincidenti per $s = (1+\sqrt{5})r$

nessuna soluzione per $s > (1+\sqrt{5})r$

Dodero - Elementi di matematica 3

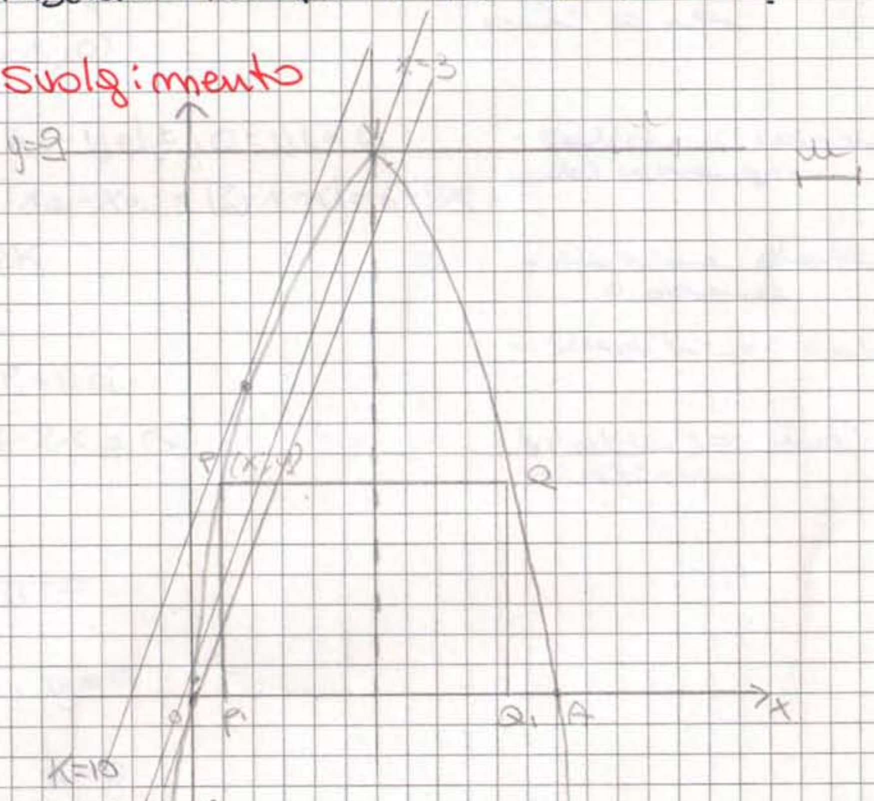
pag 660 n° 8

DATA NEL PIANO OXY UNA PARABOLA: $y = -x^2+6x$, DETERMINARE, NEL SEGMENTO PARABOLICO SITO NEL PRIMO QUADRANTE, IL RETTANGOLO INSCRITTO PQQ_1P_1 DI PERIMETRO $2K$.

Svolgimento

(P): $y = -x^2+6x$

$2p(PQP_1Q_1) = 2K$



$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$V = \left(-\frac{6}{-2}; -\frac{36}{-4}\right) = (3; 9)$ - calcolo il vertice della P, che passa per l'origine

$A \begin{cases} y = 0 \\ y = -x^2+6x \end{cases}$ - cerco l'altro punto in cui la P incontra $y=0$ (l'asse x)

$$\begin{cases} y=0 \\ x^2-6x=0\,;\ x(x-6)=0 \end{cases}$$

· calcolo

$$\begin{cases} y=0 \\ x_1=0\,;\ x_2=6 \end{cases}$$

$A=(6;0)$

$P=(x;y)$

- Pongo come incognite le coordinate del punto P

$P_1=(x;0)$

- esprimo le coordinate di P_1 che è la proiezione di P su $y=0$

$x_Q = x_A - \overline{AQ_1}$

- esprimo la coordinata x di Q

$\overline{AQ_1} = \overline{OP_1} = x$

- il segmento OP_1 è la coordinata x del punto P e visto che è un rettangolo inscritto sussiste l'uguaglianza descritta

$x_Q = 6-x$

$Q=(6-x;y)$

$Q_1=(6-x;0)$

- esprimo le coordinate dei punti Q e Q_1

$\overline{PP_1} = |y_{P_1}-y_P| = |0-y| = y$

$\overline{P_1Q_1} = |x_{Q_1}-x_{P_1}| = |6-x-x| = 6-2x$

- calcolo il valore dei lati del rettangolo

$2p=2K$

- relazione data dal problema

$p=K$

- semplifico i calcoli

$p=\overline{PP_1}+\overline{P_1Q_1}$

$y+6-2x=K$

- ho ottenuto una "nuova" relazione

1° CASO LIMITE

se $P\equiv V$

$y=9$

$x=0$

2° CASO LIMITE

se $P\equiv A$

$y=0$

$x=3$

$0<x<3 \quad ; \quad 0<y<9$

$$\begin{cases} y=-x^2+6x \\ 2x-y-6+K=0 \\ 0<x<3 \ ; \ 0<y<9 \end{cases}$$

P. di partenza

fascio di rette parallele

limiti

- imposto il sistema misto

$V=(3;9)$

$2x-y-6+K=0$

$\cancel{6}-9-\cancel{6}+K=0 \ ; \ \boxed{K=9}$

- trovo la retta del fascio passante per i punti notevoli all'interno dei limiti

$O=(0;0)$

$0-0-6+K=0 \ ; \ \boxed{K=6}$

$$tg: \begin{cases} y=-x^2+6x \\ 2x-y-6+K=0 \end{cases}$$

- calcolo la tangente

$$\begin{cases} y=2x-6+K \\ 2x-6+K+x^2-6x=0 \ ; \ x^2-4x+K-6=0 \end{cases}$$

$\Delta=0$

- condizione di tangenza

$\frac{\Delta}{4} = 4-K+6=0 \ ; \ \boxed{K=10}$

SOLUZIONI

nessuna soluzione per $K \leq 6$

1 soluzione per $6<K<9$

2 soluzioni per $9<K<10$

// reali e coincidenti per $K=10$

nessuna soluzione per $K>10$