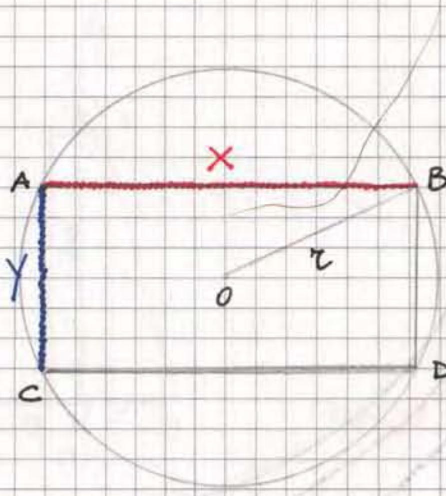
Inscrivere in una circonferenza di raggio = r un rettangolo di area Kr^2.

$\overline{OB} = r$

$S_{ABCD} = Kr^2$



pongo: $\overline{AB} = x$; $\overline{AC} = y$

mi ricavo la prima relazione:

$$S_{ABCD} = Kr^2 \Longrightarrow xy = Kr^2 \quad \left(\Longrightarrow \text{RAPPRESENTA UN'Iperbole}\right)$$

mi ricavo la seconda relazione:

$$x^2 + y^2 = 4r^2 \quad \left(\Longrightarrow \text{RAPPRESENTA UNA Circonferenza}\right)$$

I limiti del mio sistema sono:

$x > 0$; $y > 0$; $K > 0$ $\Longrightarrow$ poichè le superfici, i perimetri ... sono sempre positivi.

Metto a sistema l'equazione dell'iperbole e l'equazione della circonferenza e naturalmente i casi limite del mio sistema:

$$\begin{cases} xy = Kr^2 \\ x^2 + y^2 = 4r^2 \\ x > 0; \\ y > 0 \\ K > 0 \end{cases} \Longrightarrow y = \frac{Kr^2}{x} \quad \begin{cases} y = \dfrac{Kr^2}{x} \\ \left(\dfrac{Kr^2}{x}\right)^2 + x^2 = 4r^2 \\ x > 0 \\ y > 0 \\ K > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{K^2r^2}{x^2} + x^2 = 4r^2 \Longrightarrow \\ y = \dfrac{Kr^2}{x} \\ x > 0 \\ y > 0 \\ K > 0 \end{cases}$$

$$K^2 r^4 + x^4 = 4r^2x^2$$

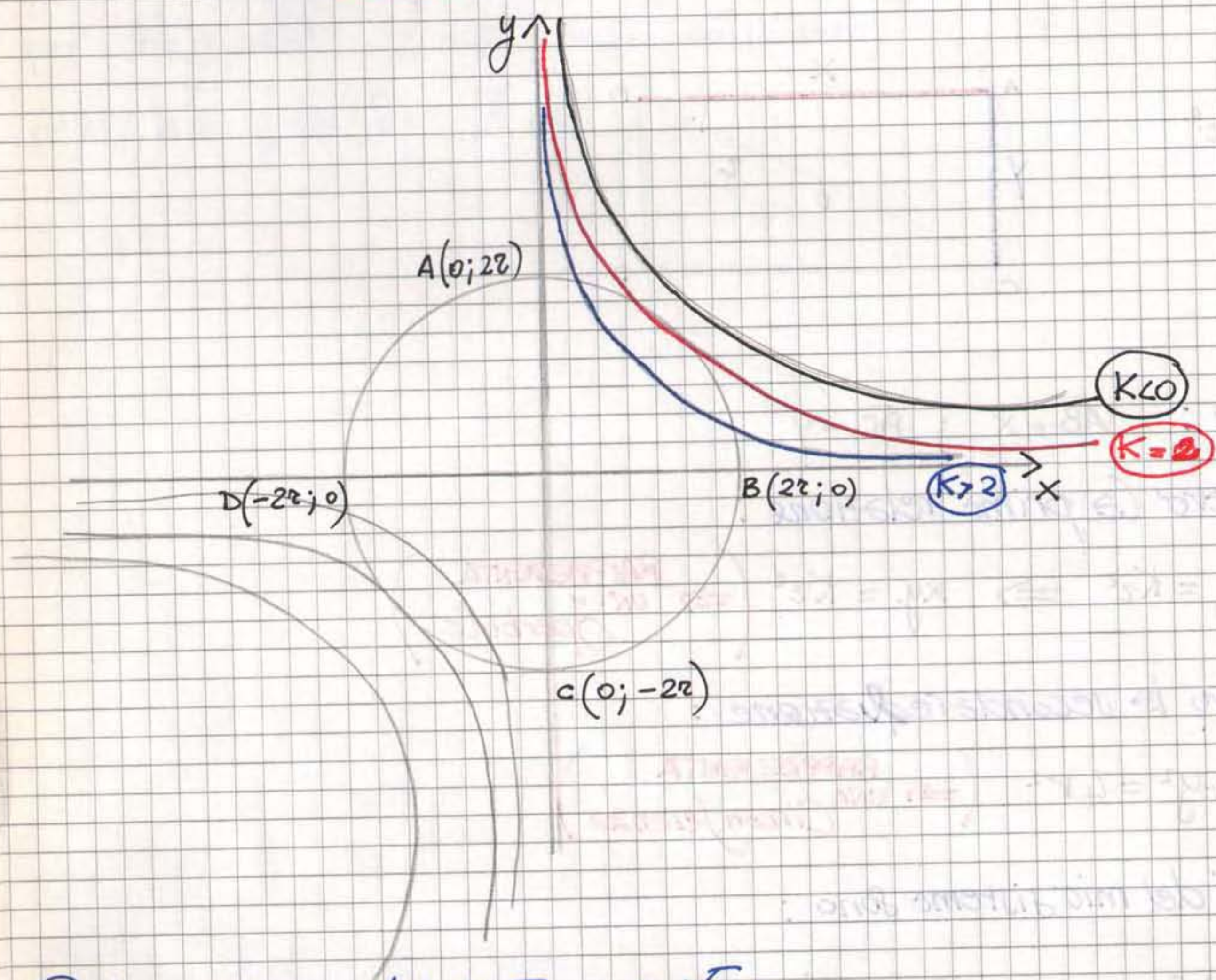
$$x^4 - 4r^2x^2 + K^2r^4 = 0 \quad (\text{BIQUADRATICA})$$

condizione di tangenza, ovvero $\Delta \geq 0$

$$\Delta = 16r^4 - 4K^2r^4 = 0$$

$$\cancel{16}r^2 - \cancel{4}K^2 = 0$$

$$4r^2 = K^2; \quad K = \pm 2$$



Discussione del sistema misto:

per $K<0$ nessuna soluzione
per $K=0$ nessuna soluzione
per $0<K<2$ 2 soluzioni ordinarie
per $K=2$ 2 soluzioni coincidenti
per $K>2$ nessuna soluzione