Dodero - Elementi di matematica 3

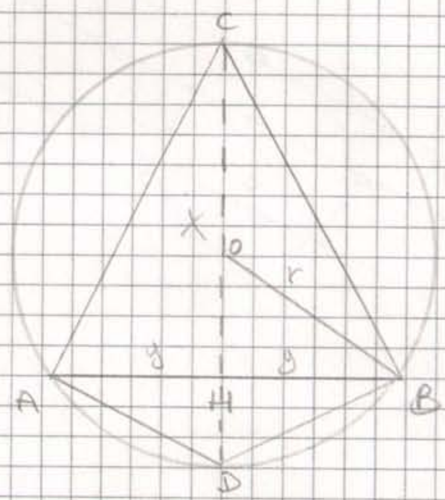
pag. 658 n° 7

INSCRIVERE IN UN CERCHIO DI RAGGIO r UN TRIANGOLO ISOSCELE, TALE CHE LA SOMMA DELLA BASE E DELL' ALTEZZA ABBIA UN ASSEGNATO VALORE s.

Svolgimento

$\overline{OB}=r$

$\overline{AB}+\overline{CH}=s$



pongo

$\overline{AH}=y \; ; \; \overline{AB}=2y$

$\overline{CH}=x$

$\overline{AB}+\overline{CH}=s$ — relazione date del problema

$2y+x=s$ — risolvo la relazione in x e y

$\overline{HD}:\overline{AH}=\overline{AH}:\overline{HC}$ — relazioni date dal II teorema di Euclide

$* \quad \overline{AH}^2=\overline{HC}\cdot\overline{HD}$

$\overline{HD}=\overline{CD}-\overline{CH}=2r-x$ — esprimo $\overline{HD}$

$y^2=x(2r-x)$ — risolvo la *

$x^2+y^2-2rx=0$

1° CASO LIMITE

se $\overline{AB}=0 \; ; \; \overline{CH}=2r$

$2y=0 \; ; \; x=2r$

- calcolo cosa succede se riduco $\overline{AB}=0$ ed ho due casi differenti a seconda se A si sposta verso C o verso D.

2° CASO LIMITE

se $\overline{AB}=0 \; ; \; \overline{CH}=0$

$y=0 \; ; \; x=0$

$0<x<2r \qquad 0<y<r$

$$\begin{cases} x+2y=s \\ x^2+y^2-2rx=0 \\ 0<x<2r;\ 0<y<r \end{cases}$$

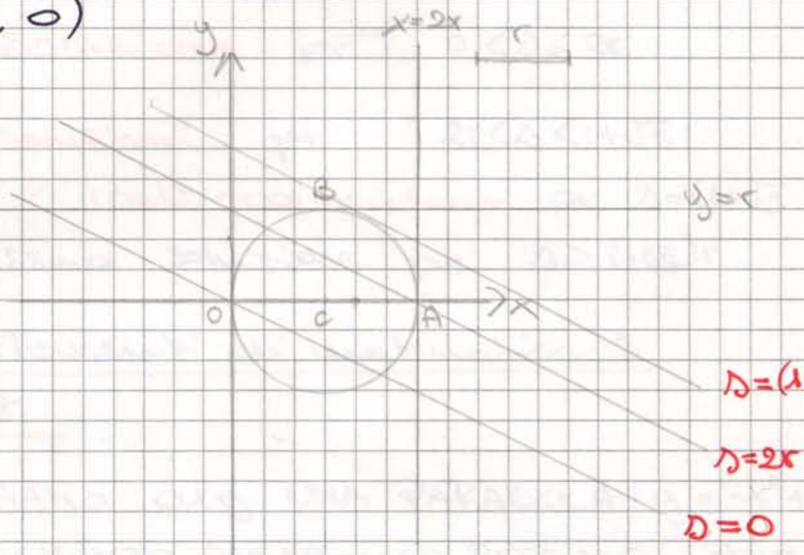
fascio di rette parallele
circonferenza
limiti

- imposto il sistema misto

$C=\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$

- esprimo il centro della C

$C=(r; 0)$



$O=(0;0)$

$x+2y=s$

$\boxed{s=0}$

- trovo la retta del fascio passante per O

$A=(2r;0)$

$x+2y=s$

$2r+0=s;\ \boxed{s=2r}$

- la C è tangente all'asse y e ha centro su C. Esprimo la retta che passa nel punto d'incontro di C con il limite

$B=(r;r)$

$x+2y=s$

$r+2r=s;\ 3r=s;\ \underline{s=3r}$

- esprimo la retta che passa per l'altro punto d'incontro della C con il limite (ma è ininfluente nelle soluzioni)

tg. $\begin{cases} x^2+y^2-2rx=0 \\ x=s-2y \end{cases}$

- imposto il sistema per calcolare la retta tangente

$\begin{cases} x=s-2y \\ (s-2y)^2+y^2-2r(s-2y)=0 \ * \end{cases}$

$s^2+4y^2-4sy+y^2-2rs+4ry=0$

- calcolo la *

$5y^2-4y(s-r)-2rs+s^2=0$

$\Delta=0$

- condizione di tangenza

$\frac{\Delta}{4}=4(s-r)^2+10rs-5s^2=0$

$4s^2+4r^2-8sr+10rs-5s^2=0$

$s^2-2rs-4r^2=0$

$s = 1 \pm \sqrt{1+4} = 1 \pm \sqrt{5}$ $\quad s_1 = (1-\sqrt{5})r$

$\boxed{s_2 = (1+\sqrt{5})r}$ — retta tangente

SOLUZIONI:

nessuna soluzione per $s < 0$

1 soluzione per $0 < s \leq 2r$

2 soluzioni per $2r < s < (1+\sqrt{5})r$

" reali e coincidenti per $s = (1+\sqrt{5})r$

nessuna soluzione per $s > (1+\sqrt{5})r$

Dodero - Elementi di matematica 3

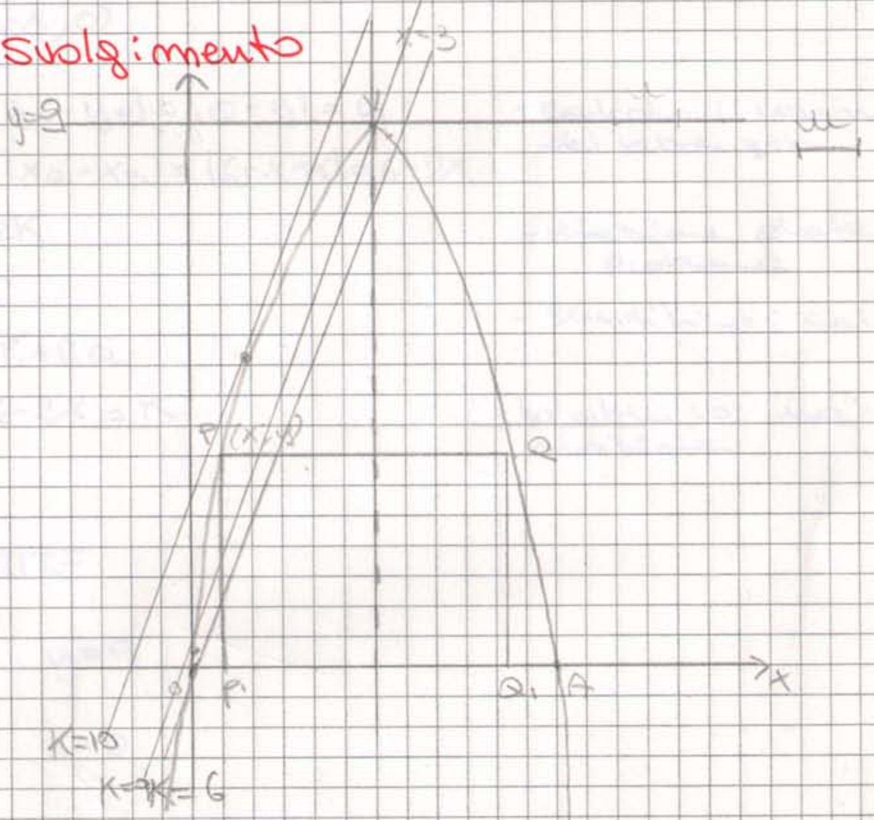
pag 660 n° 8

DATA NEL PIANO OXY UNA PARABOLA: $y = -x^2 + 6x$, DETERMINARE NEL SEGMENTO PARABOLICO SITO NEL PRIMO QUADRANTE, IL RETTANGOLO INSCRITTO PQQ_1P_1 DI PERIMETRO $2K$.

Svolgimento

$(P): y = -x^2 + 6x$

$2p(PQP_1Q_1) = 2K$



$V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$V = \left(-\frac{6}{-2} ; -\frac{36}{-4}\right) = (3; 9)$ — calcolo il vertice della P, che passa per l'origine

$A \begin{cases} y = 0 \\ y = -x^2 + 6x \end{cases}$ — cerco l'altro punto in cui la P incontra $y=0$ (l'asse x)