

INSIEMI NUMERICI FONDAMENTALI

NUMERI RAZIONALI

I numeri che usiamo per contare si chiamano *naturali* e si indicano con $N : 0,1,2,3,\dots$

Sottraendo un naturale più grande da uno più piccolo non si ha più un naturale, quindi si introduce un insieme più grande di numeri, gli *interi*, che si indica con $Z : 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3,\dots$

Dividendo interi fra loro, a meno che il numeratore non sia un multiplo del denominatore, non si ha più un intero; si introduce quindi un insieme ancora più grande di numeri, i *razionali*, che si indica con Q e che contiene tutte le frazioni: $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, -\frac{5}{8}, \dots$

Si può dimostrare che le frazioni risultano sempre in numeri decimali con un numero periodico di cifre decimali (il caso di numeratore multiplo del denominatore equivalendo a 0 periodico) **e viceversa.**

POTENZE CON ESPONENTE NATURALE

Le **potenze a esponente naturale** non sono altro che un modo abbreviato di scrivere un prodotto:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

Se l'esponente è 0 il risultato è sempre uguale a 1 per definizione: $5^0=1, \left(\frac{2}{3}\right)^0=1, \dots$

Le **potenze a esponente intero negativo** si possono pensare come se avessero esponente col segno “+” ma con la base “girata”, cioè avendo fatto il reciproco della base originale:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{+2} = \frac{9}{4}$$

OPERAZIONE DI RADICE

L'operazione inversa della potenza è la **radice**.

Con la scrittura $\sqrt{4}$ si intende quel numero **positivo** che elevato al quadrato da 4, cioè +2.

Similmente, con $\sqrt[3]{27}$ si intende quel numero che elevato al cubo da 27, cioè +3.

Sia $\sqrt{4}$ che $\sqrt[3]{27}$ si chiamano *radicali*.

Notare che il numerino in alto a sx, che si chiama *indice* del radicale, si può non scrivere quando si intende radice quadrata, cioè indice 2 (come in $\sqrt{4}$).

E' importante poi notare che per i radicali ad indice dispari va bene anche un risultato negativo, ad esempio $\sqrt[3]{-27}$ da come risultato -3 (infatti -3 al cubo da -27). Invece, per i radicali a indice pari (tipo $\sqrt{4}$ discusso prima) si richiede che il risultato sia strettamente **positivo** (o nullo): anche -2 al quadrato darebbe 4 ma viene scartato e si intende $\sqrt{4} = +2$.

NUMERI IRRAZIONALI

Se proviamo a calcolare $\sqrt{2}$ o $\sqrt{3}$, per esempio, si può dimostrare che non verrà mai fuori un numero razionale, cioè una frazione (e quindi tantomeno un intero o naturale). Quindi, questi radicali non risultano neanche in numeri decimali periodici: hanno un infinito numero di cifre decimali non periodiche. Numeri come questi si chiamano **irrazionali**. L'insieme dei numeri irrazionali si indica con ***I***.

Si può dimostrare che anche numeri come π (che compare nel calcolo dell'area e della circonferenza di un cerchio) e il numero di Eulero e (che compare nello studio dei logaritmi e in analisi matematica) sono irrazionali.

NUMERI REALI

Se ai razionali aggiungiamo gli irrazionali formiamo quindi un insieme di numeri piu' grande di ***Q*** che si chiama insieme dei numeri **reali**, che si indica con ***R***.

$$Q \cup I = R$$

NUMERI COMPLESSI

Nel calcolo di radici di indice pari, tipo $\sqrt{4}$, risulterà un risultato reale solo se il numero sotto radice (4 nel nostro esempio), detto *radicando*, è positivo (o nullo). Non c'è infatti nessun numero decimale periodico (cioè razionale) o non periodico (cioè irrazionale) che sia che moltiplicato per se stesso un numero pari di volte dia come risultato un numero negativo.

Si introduce quindi un insieme ancora più grande di numeri che contiene oltre ai reali anche il risultato di radici di indice pari di numeri negativi. Questo si chiama l'insieme dei numeri **complessi** e si indica con la lettera **C**, e hanno interesse in campi avanzati della matematica e della fisica.

A livello di liceo ci limitiamo però ai reali e quindi si pone come **condizione di esistenza** per i radicali di indice pari che il radicando sia positivo (o nullo). Ricordiamo invece che per i radicali di indice dispari il risultato reale esiste sempre, e sarà positivo se il radicando era positivo ($\sqrt[3]{27} = +3$) oppure negativo se il radicando era negativo ($\sqrt[3]{-27} = -3$).