

# FUNZIONI

## ESERCIZI PROPOSTI DAI PROFESSORI

Esercizi:

- a) definizione di funzione
- b) definizione Dominio e Codominio
- c)  $f(x)$  simmetria
- d) studio del segno
- e) iniettività, suriettività, biiettività
- f) crescita e decrescenza
- g)  $f(x)$  periodiche

### Definizione di funzione

**Esercizio 1a)** Perché le seguenti scritture non rappresentano funzioni reali di variabile reale?

Suggerimento: usa la definizione.

1) $x^2 + y^2 - 4 = 0$	<hr/> <hr/> <hr/>
2) $x^2 + 2x = 5$	<hr/> <hr/> <hr/>
3) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{se } x \geq 0 \\ x + 2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$	<hr/> <hr/> <hr/>

Controlla ora le risposte:

- 1) Non è una  $f(x)$  perchè è una circonferenza di centro (0,0) e raggio 2. Perciò ad ogni valore di  $-2 < x < 2$  sono associati 2 valori di  $y$ .
- 2) Non è una  $f(x)$  perchè manca la variabile  $y$ . È una equazione di 2°.
- 3) Non è una  $f(x)$  perchè ad  $x = 0$  sono associati 2 valori distinti di  $y$ .

Esercizio 2a) Dati i seguenti grafici stabilisci quali rappresentano una  $f(x)$  e spiega il perché.

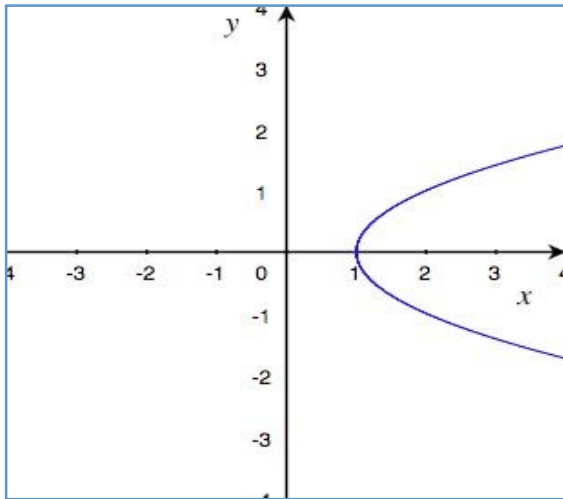


Figura 1)

---

---

---

---

---

---

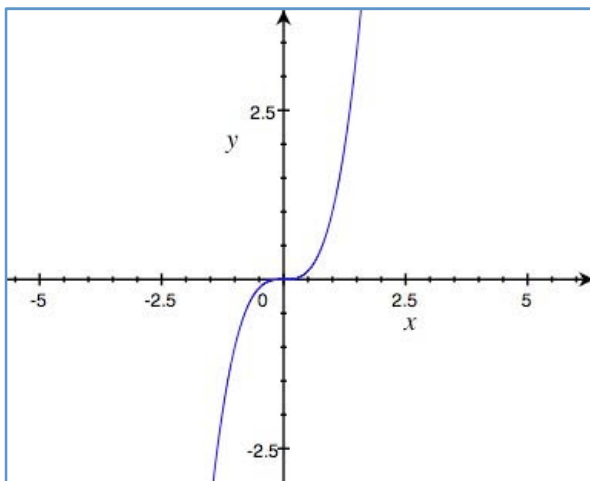


Figura 2)

---

---

---

---

---

---

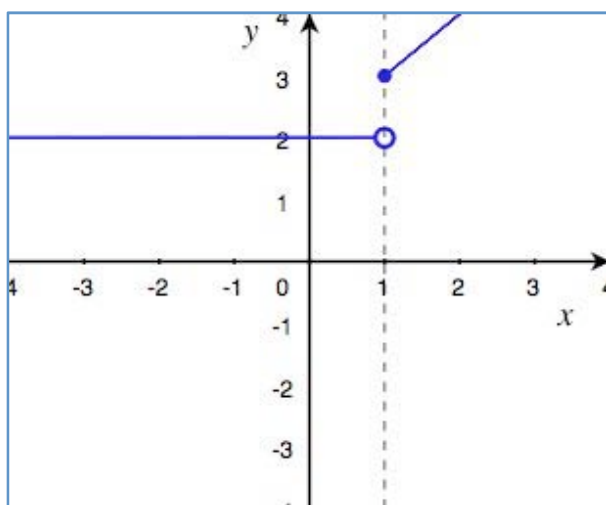


Figura 3)

---

---

---

---

---

---

Controlla ora le risposte:

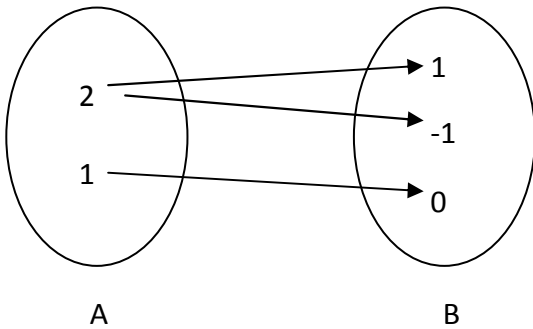
figura 1) Non è una  $f(x)$  perchè  $\forall x > 1 \in \mathcal{R}$  ci sono due valori  $y$  associati.

figura 2) E' una  $f(x)$  perchè ad ogni  $x$  è associato un unico  $y$ .

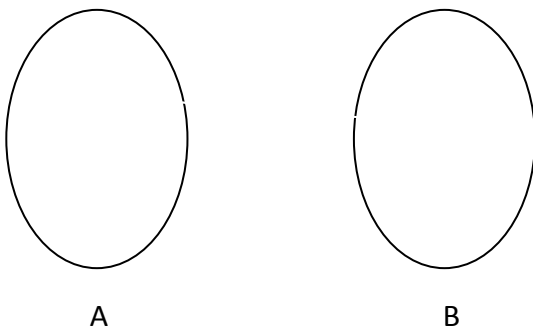
figura 3) E' una  $f(x)$  perchè ad ogni  $x$  è associato un unico  $y$ . Anche in  $x = 1$ , il pallino nero ci fa capire che  $(1) = 0$  cioè che c'è un solo  $y$  associato.

Se non hai capito, prova per ogni esercizio a disegnare i diagrammi di Eulero Venn associati .

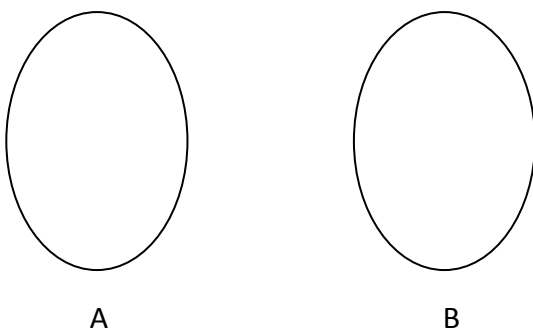
Nell'esercizio 1) il diagramma è:



Nell'esercizio 2) il diagramma è:



Nell'esercizio 3) il diagramma è:



## Dominio

**Esercizio b1) Calcolare il dominio delle seguenti funzioni (Esercizi guida)**

a)  $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 3$  (funzione polinomiale)

$$\mathcal{D} \equiv \{\forall x \in \mathbb{R}\} \equiv ]-\infty, +\infty[$$

b)  $y = \frac{2x^2-3}{x(x^2-3)}$  (funzione razionale fratta)

$$\begin{aligned}\mathcal{D} &\equiv \{\forall x \in \mathbb{R}: x(x^2-3) \neq 0, x \neq 0 \text{ e } x \neq \pm\sqrt{3}\} \equiv \\ &\equiv ]-\infty; -\sqrt{3}[ \cup ]-\sqrt{3}; 0[ \cup ]0; +\sqrt{3}[ \cup ]\sqrt{3}; +\infty[ \end{aligned}$$

c)  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$  (funzione irrazionale)

$$\mathcal{D} \equiv \{\forall x \in \mathbb{R}: x^2 - 3x + 5 \geq 0\} \equiv \{\forall x \in \mathbb{R}\} \equiv ]-\infty; +\infty[$$

## Codominio

**Esercizio 2b) Calcolare il codominio delle seguenti funzioni (Esercizi guida)**

1)  $y = f(x) = \frac{2x^2-3}{x}$  (funzione razionale fratta)

Il codominio è definito da tutti i valori  $y$  finiti per i quali la  $x$  è definita e appartiene al dominio di  $f(x)$

Il dominio di  $f(x)$  è  $\mathcal{D} \equiv \{\forall x \in \mathbb{R}: x \neq 0\} \equiv ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$

Il codominio si può calcolare algebricamente o ricavare dal grafico di  $f(x)$ . Per ora è più facile ricavarlo algebricamente. Dalla scrittura data si deve allora ricavare la  $x$ .

$$y = \frac{2x^2-3}{x} \quad \frac{3xy}{3x} = \frac{2x^2-3}{3x} \quad \text{se } x \neq 0$$

$3xy - 2x^2 + 3 = 0$  ordiniamo l'equazione:

$$2x^2 - 3xy - 3 = 0$$

Risolviamo l'equazione nell'incognita  $x$ :

$$x = \frac{+3x \pm \sqrt{9y^2 + 24}}{4}$$

Vediamo che l'espressione di  $x$  ottenuta è definita per ogni  $y \in \mathbb{R}$  ed è sempre  $\neq 0$ . Il codominio di  $f(x)$  è tutto l'insieme  $\mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{C} \equiv \mathbb{R} \equiv \{\forall y \in \mathbb{R}\} \equiv ]-\infty, +\infty[$ .

$$2) y = \sin(4x) - 3$$

(funzione trascendente)

$$\mathcal{D} \equiv \{\forall x \in \mathbb{R}\} \equiv ]-\infty, +\infty[$$

Calcolo il codominio di  $f(x)$ . In questo caso il calcolo del codominio è differente dall'esercizio guida a). La variabile  $x$  in una  $f(x)$  trascendente è più laboriosa da esplicitare che in una funzione algebrica. Si preferisce usare un'altra strada:

- $-1 \leq \sin(4x) \leq 1$ , per definizione della funzione seno di un angolo
- Sottraendo  $-3$  da ognuno dei termini della disequazione si ottiene:
- $-3 - 1 \leq \sin(4x) - 3 \leq 1 - 3$  cioè  $-4 \leq \sin(4x) - 3 \leq -2$  cioè  $-4 \leq y \leq -2$
- Quindi il codominio di  $f(x)$  è dato da:
- $C \equiv \{\forall y \in \mathbb{R}: -4 \leq y \leq -2\} \equiv [-4, -2]$

### ORA PROVA TU!

Calcola il codominio delle seguenti funzioni.

1. $y = \sqrt{3-x}$	2. $y = x - 3$	3. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$
4. $y = x^2 - 4x$	5. $y = \sqrt{x} + 1$	6. $y = \frac{3-x}{x}$
7. $y =  x - 1  + 2$	8. $y =  x^2 - x  - 4$	9. $y = \sqrt{4 -  x }$
10. $y = \frac{x}{x^2-1}$	11. $y = \frac{1-x^2}{2x}$	12. $y = \frac{x+1}{2x-1}$

Controlla ora le soluzioni:

1) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq 0\}$	2) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}\} \equiv ]-\infty, +\infty[$
3) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq -1\} \equiv [-1, +\infty[$	4) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq -4\} \equiv [-4, +\infty[$
5) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq 1\}$	6) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \neq -1\} \equiv ]-\infty, -1[ \cup ]-1, +\infty[$
7) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq 2\} \equiv [2, +\infty[$	8) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \geq -4\} \equiv [-4, +\infty[$
9) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: 0 \leq y \leq 2\} \equiv [0, 2]$	10) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}: y \neq 0\} \equiv ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$
11) $C \equiv \{\forall y \in \mathcal{R}\} \equiv ]-\infty, +\infty[$	12) $C \equiv \left\{ \forall y \in \mathcal{R}: t \neq \frac{1}{2} \right\} \equiv ]-\infty, \frac{1}{2}[ \cup ]\frac{1}{2}, +\infty[$